Title	パルス相互作用によるカオス記述の可能性について(カオスとその周辺,研究会報告)
Author(s)	川原, 琢治; 藤, 定義
Citation	物性研究 (1987), 48(4): 285-288
Issue Date	1987-07-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/92635
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

ては，非線形相互作用をしている波すべてにエネルギーが分配されるという考えは，あてはまらない。同様にトライアッドを増やしても同じ結果が得られることが期待される。

まとめると，

1. 保存系の場合，共鳴している波すべてにエネルギーは分配されるが，減衰のある場合はそうならない。つまり，モードの選択が生じる。
2. １つのトライアッドで構成されるストレンジアトラクタは，付加された波に影響されないという意味で構造安定になっている（波の付加のし方を限定しているが）。

応用（関連）として

1. 乱流への応用。直接の関係はないが，この例から考えると，減衰率の少しの違い（非線形結合を固定するとこうなる）が，エネルギーの流れ方を決定的にかえている。今まで，乱流の慣性小領域では，非線形項が主要な役割りをしていると考えられていたが，慣性小領域での粘性の効き方が，エネルギートランスファのつり合いを考える際，重要な役割りをしている可能性がある。それを調べるためには，例えば，次のようするとよいだろう。慣性領域を表している数値計算を行い，さらにその領域の粘性を０として再度数値計算を行う。各々の平衡状態の比較をするのは，興味深いと思われる。

参考文献

1) J. M. Wersinger et al.: Phys. Fluids **23** (1980) 1142.
2) C. Meunier et al.: Physica **4D** (1982) 236.
3) Y. Murakami: J. P. S. J. (1986) 1894.

パルス相互作用によるカオス記述の可能性について

京大・理　川　原　琢　治，藤　　　定　義

1. はじめに

分散性および不安定性・散逸性を最も簡単な形で含む非線形発展方程式

$$u_t + uu_x + \alpha u_{xx} + \beta u_{xxx} + \gamma u_{xxxx} = 0 \qquad (\alpha,\ \beta,\ \gamma > 0) \tag{1}$$

の初期値問題が，秩序解とカオス解を示すことは最近の研究で明らかにされて来た。数値計算による解の時間発展（周期境界条件の下での）を見ると，分散性が相対的に強い場合には，一定幅のソリトン的なパルスの列が生成され特定の間隔あるいは周期的にパルスが配列した平衡解が観察される。一方，分散性の効果を相対的に弱めて行くと，パルス間隔はふらつき始め，時間発展は非定常となる。さらに分散性が弱くなると，パルス的構造が生成・消滅する変動の激しいカオスとなり，$\delta=0$ の極限では，いわゆる Kuramoto-Sivashinsky カオスに移行する。

本報告では，初期値問題の時間発展においてパルス解が基本解として重要な役割を果しそのような基本的パルス解の相互作用によって初期値問題の解の性質を説明し得ること，さらに，パルス相互作用の観点からカオスを記述できる可能性があることなどについて概要を述べる。

2. パルス解と初期値問題の解

(1)式をスケールし値して

$$u_t + uu_x + u_{xx} + \delta u_{xxx} + u_{xxxx} = 0,$$

$$\delta \equiv \beta/\sqrt{\alpha\gamma} \tag{2}$$

と表すと，分散性の相対的な強弱はパラメター δ の大小と対応づけられる。

(2)式の定常解（進行パルス解）を数値的に求めた結果は図1の例のようになる。δ が大の場合には，パルス波形はKdV方程式の sech^2 型ソリトンに近く，指数関数的に単調減少する tail をもつ。δ を小さくしていくとパルス振幅は減少し，波形は非対称性を増す。さらに δ を小さくするとパルス前方の tail は振動型となる。$\delta=0$ の場合には，tail の振動構造は最大となっている。

このような定常パルス解と初期値問題で生成されるパルス列中の各パルスとは，δ が非常に小さい場合の生成・消滅を伴なう変動の激しいカオスを除けば，非常に良い一致を示すことが両者の対比で明らかとなる。初期値問題の解を定常パルス解を定常パルス解の重ね合せで記述することは，このことからももっともらしいことと考えられる。

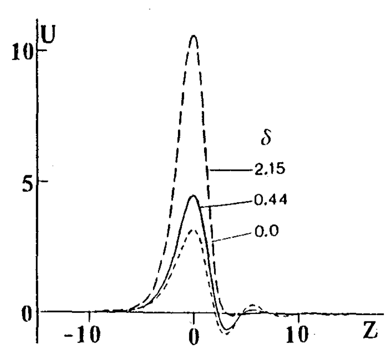

図 1

3. パルスの相互作用近似

初期値問題および定常パルス解の検討からも分るように，同一パラメーターに対しては，生成されるパルス振幅は一定となる。従って初期値問題において一度パルスが生成されたとすると，個々のパルスは同一の速度で進行し，お互の tail を通して相互作用し，その結果速度が変りパルス間隔が決ると考えることができる。パルスの tail は指数関数的に減衰するので，パルス間隔が適当に離れていれば考えているパルスは隣接するパルスの tailによる微小な摂動を受けると考えて，弱い相互作用の近似が可能となる。詳細は省くが，そのような摂動近似を行うとパルス間隔を記述する方程式を導くことができる。それは，一般には，振動型および単調な指数関数的な力に対する非線形振動方程式の形をとる。

簡単のために2個のパルが互の tail を通して相互作用する場合を考える。このとき，パルス間隔 S に対する方程式は積分可能で，エネルギー積分

$$\left(\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\tau}\right)^2 + F(S) = E,$$

$$F(S) = A(\lambda_1 + \mathrm{i}\lambda_2,\ u_0)\,\mathrm{e}^{-(\lambda_1+\mathrm{i}\lambda_2)S - \mathrm{i}\varphi_0} + \mathrm{c.c.} + B(\lambda',\ u_0')\,\mathrm{e}^{-\lambda' S}, \tag{3}$$

が求まる。ここに，A, B はパルスの相互作用に関連して決まる数値であり，λ_1, λ_2, u_0, φ_0 および λ', u_0' は振動 tail および単調 tail から決まるパラメーターである。ポテンシャル $F(S)$ は振動型指数関数と単調な指数関数との和の形になっている。E は積分定数である。

定常パルス解を用いてパラメーターを決定し $F(S)$ を評価すると $(S,\ \mathrm{d}S/\mathrm{d}\tau)$ 位相面での運動の軌道を求めることができる。典型的な運動の軌道の概要を図2に示す。分散性が強い（δ 大）場合には，パルスの tail は単調となるので軌道は開軌道となりパルスは互に反発的となる。分散性が弱く（δ 小）パルスの tail の振動構造が顕著な場合には，図2下段のように閉軌道が存在し，パルスの束縛状態が可能となる。

以上の結果は，初期値問題の結果と次のような点で定性的な一致を示す。δ 大の初期値問題でパルス列が漸近的に等間隔に移行し周期的平衡解となることが見られるが，この場合はtail が単調でパルスは互に反発的であり相互作用の結果周期境界条件に合う周期的パルス配列が実現するものと考えられる。中間の δ に対し特定のパルス間隔を保持して全体が進行する解が見

られるが，その間隔は束縛状態のポテンシャル極小値とよく一致している。さらに小さいδに対するパルス間隔のふらつきは，束縛領域内での運動に対応していることも分る。

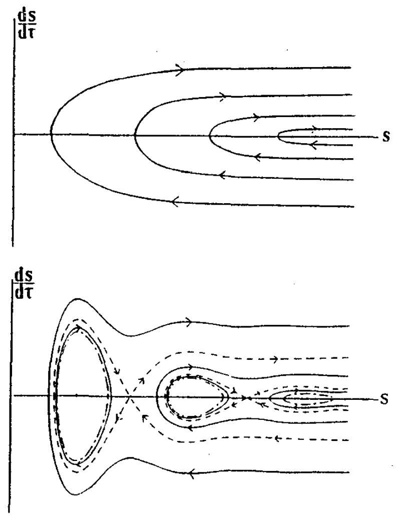

図 2

4. まとめ

初期値問題の解の振舞を基本的なパルス解の相互作用によって説明する試みの一部について述べた。分散性が比較的強い場合には，弱い相互作用の近似が初期値問題の解の性質を定性的に良く示すと言える。

ここで述べたのは2パルスの積分可能な場合であるが，3個以上のパルスの相互作用は，一般に非対称な力を受ける非線形格子の運動方程式で記述される。束縛状態をもつ場合に自由度（パルス個数）の大きい系の解が，カオス的性質を示すか否か，また，そのような近似方程式系で初期値問題におけるカオス的振舞をどの程度まで記述できるかということも問題であり検討しつつある。

弱い相互作用の近似では，分散性が非常に弱い場合の生成・消滅を伴なうカオスまでは記述できないように思われる。今の近似の適用限界を明らかにすること，時間変動の激しいカオスにおいても局所的な構造が存在することを利用して自由度を逓減し，連続自由度系のカオスを有限自由度で論ずる試みなどは今後の課題である。

大自由度力学系のマクロダイナミクス

京大・理　西　川　郁　子，蔵　本　由　紀

§ 問題意識・模型

自由度が大きい散逸力学系において，巨視的状態を記述する変数のダイナミクスを取り出すことを考えたい。その一範例として，解析的な取り扱いが可能な位相模型に対して得られた結果を報告した。

自然振動数が分布した多数の振動子が位相で相互に結合し，その結果統計的引き込み転移を示す次のような平均場模型；